考虑对冲因素的跨期资本资产定价模型

刘 澄(博士生导师), 高 鑫, 刘祥东, 王 峰

【摘要】本文在经典跨期资产定价模型(ICAPM)的基础上考虑了对冲市场因素,构建了二因素ICAPM-BEKK-GARCH模型。通过对我国证券市场的数据进行实证检验发现,没有考虑对冲因素的ICAPM模型确实会出现市场收益与风险关系不显著的模型设定偏差;进而利用两个对冲因素的代理指标实证检验考虑对冲因素的ICAPM模型,发现以房地产市场作为对冲因素时能够得到市场收益与风险成正比的结论,并证明市场中交易费用、税收等因素对收益率有显著影响。本文的实证研究结果表明对冲因素是跨期资产定价模型需要考虑的重要因素,同时也验证了房地产市场是我国股票市场的重要对冲市场。

【关键词】跨期资产定价; BEKK-GARCH模型; 对冲因素; 房地产市场

【中图分类号】F830 【文献标识码】A 【文章编号】1004-0994(2016)08-0086-4

一、引言

在投资组合理论的基础上,Sharpe(1964)提出了经典的资本资产定价模型(CAPM),利用数理形式表达出资产收益与市场波动的关系。CAPM揭示了市场波动和无风险利率对资产收益的影响,成为现代资产定价理论的基石。考虑到投资者的投资决策不是根据静态的CAPM模型做出,而是在考察了不同时期的投资机会及整体财富效用后做出,为此,Merton(1973)提出了跨期资本资产定价模型(ICAPM),将CAPM从静态单期拓展为动态多期,有效地提升了模型的定价效率。在此基础上,许多学者对ICAPM模型进行了修正和改进,相关研究可以参阅Khan(2008)、Bali和Engle(2010)、Hammami和Lindahl(2014)等的文献。

尽管如此,上述研究都是建立在单一市场中ICAPM的基础之上,并没有考虑对冲市场对资产价格的影响。在真实市场中,投资者选择投资某项资产意味着放弃了对其他资产的投资,这在经济学上称为机会成本。从套期保值的角度讲,放弃投资的资产是所投资资产的对冲因素。在研究资产定价时,所投资资产的价格并不完全独立于其他资产,而会受到其他资产价格的影响。如果忽略了这些重要的经济变量,可能会造成模型设定偏差,严重影响定价结果(Scruggs,1998;Guo和Whitelaw,2006)。因此,对冲因素是跨期资产定价模型需要考虑的重要变量。

根据上述分析,本文在跨期资产定价模型的基础上考虑对冲因素对资产定价的影响,采用二元非对称BEKK-GARCH模型来描述复杂的收益率波动,进而构建二因素的ICAPM-BEKK-GARCH模型。在此基础之上利用我国证券市场的数据对模型进行实证检验,以验证所构建模型的有效性与合理性。

二、二因素ICAPM-BEKK-GARCH模型的构建

1. ICAPM模型。在单因素ICAPM模型中考虑投资机会的动态变化后,可将静态的CAPM模型扩展为动态的ICAPM模型,该模型的数学表达式为:

$$E_t(R_{t+1})=\alpha+\theta\sigma_t^2 \tag{1}$$

其中:$E_t(R_{t+1})$是条件超额收益率的期望值;σ_t^2是股票价格的条件方差;参数θ描述市场参与者的风险规避状态,理论上应为正;常数α在无交易成本、无摩擦的市场中应为0。

但是,此模型只包含了股票市场的情况,没有考虑其他投资机会的变动情况。因此,考虑对冲因素的ICAPM模型需要在单因素模型的基础上增加股票市场与状态变量F的协方差项,以描述市场间的相互影响。在此,假设市场收益的条件风险溢价$E_{t-1}[r_{M,t}]$是关于条件方差$\sigma_{M,t}^2$和状态变量F的条件协方差$\sigma_{MF,t-1}$的线性函数,具体表达式如下:

【基金项目】国家社会科学基金项目“基于第三方风险动态监控平台的知识产权质押融资模式研究”(项目编号:14BGL034); 北京市优秀人才培养项目“京津冀区域土地综合承载力评价研究”(项目编号:2015000020124G044); 中央高校基本科研业务费项目“跨期资产定价下风险与收益关系检验”(项目编号:FRF-TP-15-031A2); 国家留学基金项目(项目编号:201506465053)

$$E_{t-1}[r_{M,t}]=\left[\frac{-J_{WW,t}W_t}{J_{W,t}}\right]\sigma^2_{M,t}+\left[\frac{-J_{WF,t}}{J_{W,t}}\right]\sigma_{MF,t} \tag{2}$$

$$\sigma_{MF,t}=\rho_{MF}\sigma_{M,t}\sigma_{F,t}$$

其中：$E_{t-1}[r_{M,t}]$为投资者在t-1时刻信息的基础上要求的预期收益；J是关于W(t)和F(t)的效用函数，W(t)和F(t)分别表示投资者的财富效用函数和描述投资机会变动的状态变量，J的下标表示偏导数；系数$[-J_{WW,t}W_t/J_{W,t}]$表示总体的相对风险规避程度，理论上风险规避者的风险规避系数应为正，且$J_{W,t}>0$，$J_{WW,t}W_t<0$。

对冲因素前的系数$[-J_{WF,t}/J_{W,t}]$可看作跨期风险的价格，反映了投资者在进行投资决策时，除了面临市场风险$\sigma^2_{M,t}$，还要面对投资机会可能的变化。由此可以看出，市场的风险溢价是建立在不断变化的历史信息基础上的。假设市场是均衡的，在集合了所有投资者的需求曲线后，ICAPM模型可以从理论上描述一个典型风险规避者的效用财富函数J(W(t)，F(t))，投资者将要求对系统风险$\sigma^2_{M,t}$、条件风险部分（对冲因素）$\sigma_{MF,t}$进行风险补偿，寻求一个状态变量来代表潜在的投资机会，构建投资组合来对冲这部分风险。

在单因素ICAPM模型中，当边际财富效用独立于跨期风险时，即$J_{WF,t}=0$，则条件市场风险溢价仅仅是条件市场方差的函数，即：

$$r_{M,t}=\lambda_0+\lambda_M\sigma^2_{M,t}+\varepsilon_{M,t} \tag{3}$$

其中：常数λ_0和误差项$\varepsilon_{M,t}$用来描述政府宏观政策对股市造成的影响，以及股市中的交易费用、市场冲击等摩擦因素的影响。市场风险的规避系数用λ_M表示，数值大小与前面的$[-J_{WW,t}W_t/J_{W,t}]$相等。然而，当对冲因素有重要的影响时，即$J_{WF,t}\neq0$时，市场的风险溢价应为条件市场方差$\sigma^2_{M,t}$和市场与状态变量F协方差$\sigma_{MF,t}$的线性函数，即：

$$r_{M,t}=\lambda_0+\lambda_M\sigma^2_{M,t}+\lambda_F\sigma_{MF,t}+\varepsilon_{M,t} \tag{4}$$

由此可以看出，与考虑对冲因素的跨期资产定价模型(4)相比，单因素跨期资产定价模型(3)缺少了对冲因素$\lambda_F\sigma_{MF,t}$，而这一缺失，可能会造成模型设定偏误。

2. BEKK模型。多元GARCH模型的种类有很多，包括多元对角VECH-GARCH模型、多元DCC-GARCH模型、多元非对称BEKK-GARCH模型等，其中BEKK模型解决了多元GARCH模型协方差矩阵正定性的问题。BEKK模型不仅保证了协方差矩阵的正定性，且有效减少了估计参数的数量，优化了求解过程。这一经典模型在理论界也得到了广泛认可和应用（Pedersen和Rahbek，2012；徐国祥和杨振建，2013；熊正德等，2015）。

如果只考虑两个市场，可以建立二元BEKK-GARCH模型，具体表达式为：

$$R_t=\gamma+\sum_{i=1}^{k}\eta_iR_{t-i}+\sum_{i=1}^{k}\phi_i\varepsilon_{t-i}+u_t,\ u_t\sim N(0,H_t) \tag{5}$$

$$H_t=CC^T+Au_{t-1}u^T_{t-1}A^T+BH_{t-1}B^T \tag{6}$$

其中，H_t为条件残差在t时刻的协方差矩阵：

$$H_t=\begin{pmatrix}h_{11,t}&h_{12,t}\\h_{21,t}&h_{22,t}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_{11}&0\\c_{21}&c_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_{11}&0\\c_{21}&c_{22}\end{pmatrix}^T+$$

$$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u^2_{1,t-1}&u_{1,t-1}u_{2,t-1}\\u_{2,t-1}u_{1,t-1}&u^2_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}^T$$

$$=\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}h_{11,t-1}&h_{12,t-1}\\h_{21,t-1}&h_{22,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{pmatrix}^T$$

如果式(5)中的残差项u_t服从二元正态分布，则展开后的表达式为：

$$h_{11,t}=c^2_{11}+b^2_{11}h_{11,t-1}+2b_{11}b_{12}h_{12,t-1}+b^2_{12}h_{22,t-1}+a^2_{11}u^2_{1,t-1}+2a_{11}a_{12}u_{1,t-1}u_{2,t-1}+a^2_{12}u^2_{2,t-1}$$

$$h_{22,t}=c^2_{22}+b^2_{21}h_{11,t-1}+2b_{21}b_{22}h_{12,t-1}+b^2_{22}h_{22,t-1}+a^2_{21}u^2_{1,t-1}+2a_{21}a_{22}u_{1,t-1}u_{2,t-1}+a^2_{22}u^2_{2,t-1}$$

$$h_{12,t}=h_{21,t}=c_{11}c_{21}+b_{11}b_{12}h_{11,t-1}+(b_{12}b_{21}+b_{11}b_{22})h_{12,t-1}+b_{21}b_{22}h_{22,t-1}+a_{11}a_{12}u^2_{1,t-1}+(a_{21}a_{12}+a_{11}a_{22})u_{1,t-1}u_{2,t-1}+a_{21}a_{22}u^2_{2,t-1}$$

在上式中，$h_{11,t}$和$h_{22,t}$分别表示两序列在t时刻的条件方差，$h_{12,t}$和$h_{21,t}$分别表示两序列在t时刻的条件协方差。

3. ICAPM-BEKK-GARCH模型。综合ICAPM模型和多元BEKK-GARCH模型，构建能够反映股市和套期保值市场的二元ICAPM-BEKK-GARCH模型：

$$r_{m,t}=\lambda_{m,0}+\lambda_{m,m}\sigma^2_{m,t}+\lambda_{m,h}\sigma_{m,h}+\varepsilon_{m,t} \tag{7}$$

$$r_{h,t}=\lambda_{h,0}+\lambda_{h,m}\sigma_{m,h}+\lambda_{h,h}\sigma^2_{h,t}+\varepsilon_{h,t} \tag{8}$$

其中：$r_{m,t}$代表股票市场投资组合的超额收益；$r_{h,t}$代表套期保值因素的超额收益；$\sigma^2_{m,t}$代表市场的条件方差；$\sigma^2_{h,t}$代表套期保值因素的条件方差；$\varepsilon_{m,t}$、$\varepsilon_{h,t}$为误差项；$\lambda_{m,0}$，$\lambda_{m,m}$，$\lambda_{m,h}$，$\lambda_{h,0}$，$\lambda_{h,m}$，$\lambda_{h,h}$分别代表待估的参数。

从上式可以看出，$r_{m,t}$、$r_{h,t}$是其条件方差和条件协方差的函数。利用矩阵的概念，误差项联合分布的方差—协方差公式可以表示为：

$$H_t=\Omega^T\Omega+A^TE_t^{-1}E^T_{t-1}A+B^TH_{t-1}B \tag{9}$$

其中：H_t表示(2×2)的方差—协方差矩阵；Ω表示(1×2)的常数向量；E_t表示(1×2)的误差项向量；A和B表示对称的(2×2)斜率系数矩阵。

三、考虑对冲因素的ICAPM-BEKK-GARCH模型的实证检验

1. 变量选取和数据分析。在考虑对冲因素的跨期资产定价模型的实证研究中，股票市场数据可以选择我国上证综指的数据，而对冲因素一般由重要的宏观经济变量表示，以反映投资机会的状态。为此，选取上证综指的月度收益率作为股票收益率，市场的超额收益率为上证综指的月度收益率与月无风险利率之差。对于对冲因素，考虑到我国国债市场相对不发达，国债收益率无法代表市场的对冲因素，因此，对冲因素选取另外两个重要投资领域的经济变量：工业增加值的

增长速率和房地产开发综合经济指数,具体原因如下:

工业是一个国家经济发展的主要动力,工业产量能够衡量一个国家的经济发展水平。工业增加值以货币的形式反映了一个国家所有工业活动在一定时期内的成果,是所有工业企业生产量与消耗掉的物质与劳动量之差,代表在该时期国家工业的新增量。工业投资也是我国的一个重要投资渠道,工业增加值的增长速率大体上反映了国家整体工业投资回报情况,因此,可以作为我国股市收益率的一个对冲变量。

房地产行业作为我国经济的重要组成部分,通过对上下游产业链的影响,在国民经济整体发展中发挥着举足轻重的作用。房地产行业投资是我国股票市场投资外的一个重要投资选择,而房地产开发综合经济指数是反映房地产行业整体形势和环境的重要变量,因此,也可以作为我国股市收益率的一个对冲变量。

下文将利用上述两个对冲变量进行实证分析,比较单因素跨期资产定价模型与二因素跨期资产定价模型的实证效果。为了保持数据频率的统一性,上述几项指标均取月度数据,时间跨度为2000年1月~2014年3月,数据来源为RESSET数据库和国泰安数据库,描述性统计结果如表1所示:

表1　数据描述性统计

变量 / 统计值	shc	gy	fdc
均值	−9.14e−05	−0.005280	−0.000950
中位数	0.004239	−0.007813	−0.001265
最大值	0.240186	0.595238	0.020000
最小值	−0.286301	−0.636364	−0.017850
标准差	0.079837	0.142666	0.006445
偏度	−0.513639	0.070837	0.210227
峰度	4.492335	9.178598	3.724916
JB统计量	23.38685	272.1404	5.003768
概率值	0.000008	0.000000	0.081930

注:shc表示上证超额收益率;gy表示工业增加值的增长速率;fdc表示房地产开发综合经济指数。下同。

从表1可以看出,上证股指超额收益率序列、工业增加值的增长速率序列和房地产开发综合经济指数序列的均值、标准差和偏低的值都较小,JB统计量大于临界值,说明这些序列均不满足正态分布的假设,具有尖峰厚尾的特点。进一步对三个时间序列进行平稳性检验,具体结果如表2所示:

表2　平稳性检验结果

	t值	临界值		
		显著水平为1%	显著水平为5%	显著水平为10%
shc	−7.331229	−4.013274	−3.436634	−3.142452
gy	−13.95400	−4.012944	−3.436475	−3.142358
fdc	−9.029891	−4.012944	−3.436475	−3.142358

从表2可以看出,上证股指超额收益率序列、工业增加值的增长速率序列和房地产开发综合经济指数序列均为平稳序列,并且均在1%的置信水平上显著,满足计量建模的基本要求。

为了确定两个对冲因素之间是否具有高度相关性,对其进行相关性检验。如果相关性较高,则会降低对冲因素对于因变量的解释能力。两个对冲因素的相关性检验结果如表3所示:

表3　相关性检验结果

	常数项	回归系数	可决系数R^2
gy与fdc	−0.0049	0.7539	0.0017

从表3可以看出,两个时间序列之间的相关性非常弱,作为本文所研究的独立对冲因素而言,这种相关关系可以忽略不计。

2. 一元GARCH模型的实证结果。在进行含有对冲因素的多市场实证检验前,首先进行单因素跨期资产定价模型的实证分析,进而比较两种模型的优劣。因此,利用如下的一元GARCH模型对上证超额收益率序列建模,得到表4中的实证结果:

$$r_{m,t}=\lambda_0+\lambda_t\sigma^2_{m,t}+\varepsilon_{m,t},\ \sigma^2_{m,t}=c^2+a^2\varepsilon^2_{m,t-1}+b^2\sigma^2_{m,t-1}$$

表4　一元GARCH模型实证结果

系数	λ_0	λ_t	c	a	b
	−0.011225	1.342480	0.000327	0.143376**	0.801083***
P值	(−1.099042)	(0.669061)	(1.067630)	(2.012872)	(7.206929)

注:***表示在1%的水平上显著,**表示在5%的水平上显著,*表示在10%的水平上显著,下同。

表4中市场超额收益的回归结果显示,市场超额收益与市场风险之间存在正相关关系,但并不显著。而造成风险与收益关系不显著的原因可能就是单因素跨期资产定价模型存在设定偏误,遗漏了重要的对冲项(Scruggs,1998)。

3. 二因素ICAPM-BEKK-GARCH模型的实证结果。由于没有考虑对冲因素时的单因素跨期资产定价模型与真实情况不符,可能会造成模型设定偏误,不能有效反映市场中的投资机会和投资收益。因此,下面将在考虑对冲因素的前提下,利用本文所构建的ICAPM-BEKK-GARCH模型进行实证分析。

对于二因素ICAPM模型,原始模型中的两个方程均不含常数项,只含有方差和协方差项,常数项系数为0,但Scruggs(1998)认为模型中应该含有常数项,因为真实市场中存在税收、交易成本等摩擦因素,市场并不像理论假设的那么完美。因此,为了检验我国市场中是否存在显著的摩擦因素,本文将分别讨论带有常数项和不带常数项的二因素ICAPM模型:

$r_{m,t}=\lambda_{m,0}+\lambda_{m,m}\sigma_{m,t}^2+\lambda_{m,h}\sigma_{m,h}+\varepsilon_{m,t}$

$r_{h,t}=\lambda_{h,0}+\lambda_{h,m}\sigma_{m,h}+\lambda_{h,h}\sigma_{h,t}^2+\varepsilon_{h,t}$

利用含与不含常数项的ICAPM-BEKK-GARCH模型分别进行实证分析，所得结果如表5和表6所示：

表5 ICAPM-BEKK-GARCH模型（不含常数项）实证结果

系数 \ 对冲变量	gy	fdc
$\lambda_{m,m}$	0.348***	0.651***
	(-83.92)	(-27351.48)
$\lambda_{m,h}$	3.273	-7.262
	(0.97)	(-0.17)
$\lambda_{h,m}$	-4.680	3.046
	(-0.82)	(0.31)
$\lambda_{h,h}$	-0.0941	-14.032*
	(-0.15)	(-8.34)

表6 ICAPM-BEKK-GARCH模型（含常数项）实证结果

系数 \ 对冲变量	gy	fdc
$\lambda_{m,0}$	-0.00871***	-0.0112***
	(-11530.96)	(-2122.18)
$\lambda_{m,m}$	1.504***	1.334***
	(10.18)	(25.38)
$\lambda_{m,h}$	1.816	0.671*
	(0.54)	(8.069)
$\lambda_{h,0}$	0.006586	0.00099*
	(0.235)	(7.381)
$\lambda_{h,m}$	-5.608*	-16.578***
	(-6.85)	(-425556.56)
$\lambda_{h,h}$	-0.566	-33.156***
	(-0.412)	(-15671.01)

从表5的实证结果可以看出，当模型不含常数项时，两种对冲因素下的股票市场收益与风险均在1%的置信水平上显著正相关，这一结论与基本的金融学理论吻合。它表明考虑对冲因素的ICAPM模型能够更完美地契合市场，而单因素跨期资产定价模型可能因为遗漏重要的对冲因素而使得实证结果与金融学理论相违背。尽管如此，两个方程中其他三项系数均不显著，说明二因素ICAPM模型对我国市场整体的拟合效果仍然不够完美。

从表6的实证结果可以看出，当模型含有常数项时，两种对冲因素下的股票市场收益与风险均在1%的置信水平上显著正相关；同时，以工业增加值的增长速率作为对冲因素时，整体回归效果要优于没有考虑常数项模型的实证效果，但仍然有个别变量不显著。值得注意的是，以房地产开发综合经济指数作为对冲因素时，模型整体回归效果更为显著。这表明房地产市场作为我国居民投资的重要渠道之一，确实对我国股票市场投资起到了一定的对冲作用。总体来看，考虑常数项的ICAPM-BEKK-GARCH模型的实证效果更佳，这充分表明我国股票市场中交易费用、税收等因素对收益率的影响显著，需要在建模时考虑进去，否则也可能会造成模型设定偏差。

四、结束语

Merton（1973）的跨期资本资产定价模型为研究投资者如何在连续时间段内最大化效用提供了理论基础，二因素ICAPM模型正是在此基础上引入了对冲因素，综合考虑投资者面临的投资机会和投资成本，使得模型更加契合市场，全面反映资本市场中的价格形成机制。

本文利用多元BEEK-GARCH模型和ICAPM模型相结合的方式，构建考虑对冲因素的跨期资产定价模型。首先利用单因素ICAPM模型对市场的超额收益进行实证研究，发现单因素模型下的市场收益与风险之间的关系不够显著，模型的整体拟合效果也较差；然后以考虑对冲因素的ICAPM-BEKK-GARCH模型作为理论模型，分别采用工业增加值的增长率和房地产开发综合经济指数作为对冲因素进行实证分析，结果表明在以房地产开发综合经济指数作为对冲因素时，考虑对冲因素的ICAPM模型对我国市场数据的拟合结果最为完美。这证明了考虑对冲因素的跨期资产定价模型的合理性和有效性，同时也说明房地产市场是我国居民投资对冲股票市场风险的重要选择。

主要参考文献：

徐国祥，杨振建.人民币分别与发达市场和新兴市场货币汇率波动传导效应研究——基于多元BEKK-MGARCH模型的波动传导测试[J].金融研究，2013（6）.

熊正德，文慧，熊一鹏.我国外汇市场与股票市场间波动溢出效应实证研究——基于小波多分辨的多元BEKK-GARCH（1，1）模型分析[J].中国管理科学，2015（4）.

Guo H.，Whitelaw R. F.. Uncovering the risk return relation in the stock market[J]. Journal of Finance，2006（3）.

Hammami Y.，Lindahl A.. An intertemporal capital asset pricing model with bank credit growth as a state variable[J]. Journal of Banking & Finance，2014（39）.

Khan M.. Are accruals mispriced? Evidence from tests of an intertemporal capital asset pricing model[J]. Journal of Accounting & Economics，2008（1）.

Merton R. C.. An intertemporal capital asset pricing model[J]. Econometrica，1973（1）.

Pedersen R. S.，Rahbek A.. Multivariate variance targeting in the BEKK-GARCH model[J]. Econometrics Journal，2012（1）.

作者单位：北京科技大学经济管理学院，北京100083