# 计算机模拟欧式期权定价

李志伟(博士)

(中兴通讯股份有限公司投资管理部 深圳 518057)

【摘要】期权模型往往涉及很多的数学公式,而且还有很多限制性的假设。本文提出利用蒙特卡罗方法对欧式期权进行定价,可以免除数学计算的繁琐,也可以放松期权模型的假设,在实际生活中有广阔的应用前景。

【关键词】蒙特卡罗方法 期权定价 B-S模型

## 一、欧式期权的传统定价模型

1973年,美国芝加哥大学教授费雪·布莱克(Fisher Black)和斯坦福大学教授麦伦·斯科尔斯(Myron Scholes)在期权定价问题上取得了突破性的进展,他们提出了期权定价模型——Black-Scholes模型(简称B-S模型)。

在股票和期权市场的"理想条件"即有效市场下,期权价值依赖于股票价格、时间和取值这三个为已知常数的变量。这样,就可以创造一个套期头寸,即由股票的多头和期权的空头组成。不过,在三个常数变量中,这个套期头寸的价值基本上与股票价格没有多大关系,它仅仅取决于时间和已知常数的值,且与利率有很密切的关系,通常,套期头寸的期望收益率一定等于短期利率。

费雪·布莱克和麦伦·斯科尔斯根据以上理论分析,推导出欧式期权的两个定价公式:

**1.** 欧式买入期权的定价公式:

$$w(x,t)=xN(d_1)-ce^{r(t-t^*)}N(d_2)$$

**2.** 欧式卖出期权的定价公式:

$$u(x,t)=w(x,t)-x+ce^{r(t-t^*)}=-xN(-d_1)+ce^{r(t-t^*)}N(-d_2)$$

$$d_1=\frac{\ln\frac{x}{c}+(r+\frac{1}{2}v^2)(t^*-t)}{v\sqrt{(t^*-t)}},\quad d_2=\frac{\ln\frac{x}{c}+(r-\frac{1}{2}v^2)(t^*-t)}{v\sqrt{(t^*-t)}}=d_1-v\sqrt{(t^*-t)}$$

式中:$w(x,t)$表示欧式买入期权的价值;$u(x,t)$表示欧式卖出期权的价值;$t^*$表示到期日;t表示初始日;r表示1年的无风险利率;v表示1年的变动率;x表示股票当前价格;c表示股票执行价格。

---

到数据远程运算的过程。

**3.** 安全设计。ERP系统进入云计算环境后,对云端的安全性要求提高了,既要防止病毒和木马的攻击,又要防止各种系统数据的相互干扰,还要防范不同用户数据中心数据的泄露和数据在传输过程中可能存在的泄密问题。因此需要同时配置硬件防火墙和软件防火墙、运用数据加密和数据着色(coloring,不同用户所使用的数据用不同颜色标记)方法,构建立体化防范措施,确保合法用户有权调用权限内的各种数据和信息,将非法用户挡在云以外。而客户端的安全性相对简单,只需要保证数据能正确地进入Internet中,配备个人防火墙或者在路由器上加装防火墙模块即可。

## 四、结语

云计算平台通过支付较少的服务费用就可实施ERP,为企业提供了一种降低管理成本的运作模式,受到了众多中小企业的欢迎。但是,云计算提供的三种服务目前在我国尚不十分成熟,市场还有待进一步培育,技术应用还处于探索阶段。本文从技术角度对云计算平台下的ERP体系结构和系统架构以及安全性方面进行了分析和规划设计,而对ERP管理理念的嵌入没有深入探讨,因此如何将技术和管理结合起来,形成信息化管理体系,是一个需要深入研究的课题。

## 主要参考文献

**1.** 刘有涛.云计算ERP带来信息化大餐.中国制造业信息化,2010;5

**2.** 严莉,李颖.基于云计算的企业信息化.电力IT,2010;8

**3.** 刘有涛.云计算ERP:中小企业未来信息化应用必然趋势.CAD/CAM与制造业信息化,2009;8

**4.** 胡亨伍,张俊兰.基于云计算的电子政务应用研究.现代计算机,2011;10

**5.** 于正水.基于云计算的铁路信息系统数据中心的研究.铁路计算机应用,2011;1

**6.** 宋国兴等.云计算与桌面虚拟技术在省电力公司应用探讨.电力IT,2010;8

**7.** 于翔等.基于云计算的大学资源计划(URP)研究.物联网技术,2011;4

**8.** 朝乐门,商晓莹,王艳艳.云计算环境下的ERP实验教学改革研究.信息系统,2011;5

**9.** 梁昌勇等.基于云计算的供应链RFID信息服务研究.计算机应用研究,2011;28

**10.** 李赛娟.基于ERP的供应链会计处理流程的优化设计与实现.中国管理信息化,2009;1

## 二、利用蒙特卡罗方法计算欧式期权的价值

本文拟按B-S模型的假设，建立起随机模拟的过程：

**1.** 模拟出期末的价值。B-S模型假设期权的基础资产价值是持续存在的并且遵循随机漫步过程，这个过程称为几何布朗运动（Geometric Brownian Motion，GBM）。由于基础资产价格服从对数正态分布，通过推导，可知：

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)\sim N\left(rt-\frac{1}{2}v^2t, v^2t\right)$$

式中：$P_t$表示股票到期价格；$P_0$表示股票当前价格；t表示初始日至到期日的时间（以年为单位）；r表示1年的无风险利率；v表示1年的变动率。

因此，我们抽取一个随机变量$\varepsilon\sim N(rt-\frac{1}{2}v^2t, v^2t)$，然后再利用公式$P_t=P_0\cdot e^{\varepsilon}$求得$P_t$。

**2.** 计算买入期权和卖出期权的价值。买入期权的价值为：$w(x,t)=e^{-rt}\cdot\max\{P_t-c, 0\}$，卖出期权的价值为：$u(x,t)=e^{-rt}\cdot\max\{c-P_t, 0\}$。其中：c表示执行价格。

**3.** 通过多次模拟求平均数。

## 三、计算机模拟欧式期权的实现

首先，建立初始值，并用B-S公式计算欧式买入和卖出期权价值，在A1:H3中建立初始值，如表1所示。其中几个利用B-S模型计算的Excel公式如表2所示。

**表1　欧式期权模拟初始数据**

| A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 股票价格 | 100 | 波动率 | 20% | 买入期权 | 5.295 369 | $d_1$ | 0.3 |
| 执行价格 | 100 | 无风险利率 | 10% | 卖出期权 | 2.826 36 | $d_2$ | 0.2 |
| 天数 | 90 | 贴现因子 | 0.975 31 | 期数 | 0.25 | | |

**表2　B-S模型中欧式期权的Excel计算公式**

| 项目 | 公式 |
|---|---|
| 期数 | =B3/360 |
| 贴现因子 | =EXP(−D2×F3) |
| $d_1$ | =(LN (B1/B2)+(D2+0.5×D1×D1)×F3)/(D1×SQRT(F3)) |
| $d_2$ | =H1−D1×SQRT(F3) |
| 买入期权 | =B1×NORMSDIST(H1)−B2×D3×NORMSDIST(H2) |
| 卖出期权 | =−B1×NORMSDIST(−H1)+B2×D3×NORMSDIST(−H2) |

注：一年按360天计算。

其次，通过对表2公式进行计算，我们就可以求出B-S模型下的欧式买入期权和卖出期权的价值，这是与模拟产生的价值进行对比的基础。

再次，用计算机模拟基础资产（假设为股票）的运行轨迹。从第10行开始模拟，并建立如表3所示的公式。表中用NORMSINV(RAND())模拟出一个标准正态分布的随机变量，“变动率”项模拟出一个随机变量$\varepsilon\sim N(rt-\frac{1}{2}v^2t, v^2t)$；再按公式$w(x,t)=e^{-rt}\cdot\max\{P_t-c, 0\}$和$u(x,t)=e^{-rt}\cdot\max\{c-P_t, 0\}$计算出欧式买入期权价值和卖出期权价值。

**表3　欧式期权模拟的公式**

| 列 | 项目 | 公式 |
|---|---|---|
| B | 变动率 | =NORMSINV(RAND())×$D$1×SQRT($F$3)−0.5×$D$1^2×$F$3+$D$2×$F$3 |
| C | 期末价格 | =$B$1×EXP(B10) |
| D | 买入期权价值 | =(MAX(C10,$B$2)−$B$2)×$D$3 |
| E | 卖出期权价值 | =($B$2−MIN(C10,$B$2))×$D$3 |

表4是模拟出的其中5次价格走势及相应的欧式买入期权价值和卖出期权价值：

**表4　模拟5次计算所得的期权价值**

| 次数 | 股票价格变动率 | 期末价格 | 买入期权 | 卖出期权 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.023 653 | 102.393 50 | 2.334 358 | 0 |
| 2 | 0.171 924 | 118.758 70 | 18.295 550 | 0 |
| 3 | −0.008 410 | 99.162 89 | 0 | 0.816 437 |
| 4 | 0.099 130 | 110.421 00 | 10.163 690 | 0 |
| 5 | −0.070 610 | 93.182 29 | 0 | 6.649 378 |

注：采用的初始值按初始值表中所列数据。

## 四、结论

将股票价格固定为100，天数固定为90天，改变相应的波动率和执行价格，每项模拟10 000次后，得到如表5所示的B-S模型和蒙特卡罗模拟的对照表。

**表5　B-S模型与蒙特卡罗模拟计算值对照**

| 波动率 | 执行价格 | 买入期权 | | | 卖出期权 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B-S | 模拟 | 差异 | B-S | 模拟 | 差异 |
| 10% | 80 | 21.975 2 | 21.954 4 | −0.09% | 0.000 0 | 0.000 0 | − |
| 10% | 90 | 12.228 8 | 12.249 5 | 0.17% | 0.006 7 | 0.006 5 | −2.55% |
| 10% | 100 | 3.445 6 | 3.441 2 | −0.12% | 0.976 5 | 0.969 4 | −0.73% |
| 20% | 80 | 21.993 9 | 22.023 1 | 0.13% | 0.018 7 | 0.018 4 | −1.49% |
| 20% | 90 | 12.645 0 | 12.571 0 | −0.59% | 0.422 9 | 0.428 7 | 1.37% |
| 20% | 100 | 5.295 4 | 5.277 3 | −0.34% | 2.826 4 | 2.823 2 | −0.11% |

从该表中可以看出，两个模型计算出欧式买入期权的价值和卖出期权的价值几乎完全一样，除了极个别的由于本身基数小而有大的偏差以外，大部分的差异都能控制在1%以内，而且可以看到差异有正也有负，说明蒙特卡罗模拟的数据围绕着B-S模型的数据上下波动，增大模拟的次数将使得蒙特卡罗模拟出的数据向B-S模型的数据收敛。因此，采用蒙特卡罗的方法是可行的。

蒙特卡罗方法在统计领域应用非常广泛。在证券市场里，股票和期权并不能完全服从B-S模型中所设立的“理想条件”，利用蒙特卡罗方法可以将股票收益率分布从对数正态分布扩展到其他类型分布，并计算出相应的股票期权。

### 主要参考文献

**1.** 詹姆斯·R.埃文斯，戴维·L.奥尔森著.洪锡熙译.模拟与风险分析.上海：上海人民出版社，2001

**2.** 毛禹忠，张迪.蒙特卡罗法与计算机模拟不编程序决策支持系统.技术经济与管理研究，2000；2

**3.** 党开宇，吴冲锋.不同行权条件下的股票期权定价研究.管理工程学报，2001；4